

文理系データサイエンス学部における数学教育

友永 昌治
立正大学人文科学研究所

キーワード：データサイエンス、数学教育

1. はじめに

立正大学データサイエンス学部は同大学9番目の学部として2021年4月熊谷(万吉)キャンパスに開設された。データサイエンス学部の開設は、滋賀大学、横浜市立大学、武蔵野大学に続くものである。学部は文理融合型を謳っており、その特徴は、データサイエンスの数理は勿論、それが適用されるビジネス・社会・観光・スポーツ等の領域の学びに力を入れているところにある。

筆者は学部開設時より数学関係の必修科目を担当しており、同学部・学生の特性に合わせた授業方法を模索しつつ教えている。今回の発表は、その授業実施報告を所感とともに語るものである。

2. 学生について

立正大学データサイエンス学部の入学定員は240名であり、先立つ滋賀大100名、横浜市大60名、武蔵野大90名に比して多い。2021-22年度の入試実績では、総合評価型トップアスリート選抜によるスポーツ系入学者が定員40名に対し約2倍、一般入試による入学者は定員130名に対し100名を切る。他は推薦である。一般入試においては、数学が必須でなく文系科目だけでも受験できる。学部の偏差値は関係業者により公表数値が異なるものの全般的に高くない。入学者の傾向は文系(スポーツを含む)寄りであり、数学などの理系科目を体系的に教えることは難しい。

3. 数学のカリキュラム

カリキュラムに設定されている必修の数学系科目は1年次後期「微分積分学演習」、2年次後期「線形代数学演習」、2年次前期「統計学実習Ⅰ」、

2年次後期「統計学実習Ⅱ」。全て6クラスに分けられ、1回の授業が2ヶ時限(2×90分)連続で実施される。筆者の担当は「微分積分学演習」2クラス、「線形代数学演習」2クラス、「統計学実習Ⅰ」3クラスであるが、「統計学実習Ⅰ」は応用数学分野のため今回の発表対象科目からは外す。

微積分と線形代数の演習授業は、それとは別に座学の半期講義科目があり、講義に対する演習との位置付けである。ただ、開講時期が講義は前期、演習は後期と重ならないので、演習では、講義の授業計画に引きずられることなく、受講生の反応を勘案しつつ計画を立てることができる。

2022年度に実施した授業内容は次の通りである。学部開設時に授業シラバスを文科省へ提出するが、その内容から大きく逸脱するものではない。

「微分積分学演習」授業内容

- 第01回 極限と微分係数の説明
- 第02回 極限と微分係数の計算
- 第03回 各種関数の微分, 和差積商合成の微分
- 第04回 接線, 陰関数微分
- 第05回 高階微分, 関数の増減・極値
- 第06回 Taylor展開, 微分法テスト
- 第07回 原始関数, 不定積分, 部分・対数積分
- 第08回 置換積分, 定積分
- 第09回 広義積分, ガンマ関数・ベータ関数
- 第10回 積分法テスト, 偏微分, 高階偏微分
- 第11回 接平面, 2変数関数の極値, 未定乗数法
- 第12回 累次積分
- 第13回 微分方程式, 変数分離形, 1階線形
- 第14回 多変数微分積分テスト, 補足と復習
- 第15回 総合テストとその解説

「線形代数学演習」授業内容

- 第01回 行列, 行列演算, 種々の行列
- 第02回 連立一次方程式と掃出法
- 第03回 拡大係数行列, 行基本変形
- 第04回 逆行列
- 第05回 行列テスト, 階段行列
- 第06回 階段行列と連立一次方程式
- 第07回 行列式
- 第08回 余因子, Cramer 公式
- 第09回 方程式系テスト, データとベクトル
- 第10回 一次結合・独立・従属, 基底
- 第11回 内積とノルム, 正規直交系, GS 法
- 第12回 固有値と固有ベクトル
- 第13回 対称行列の対角化
- 第14回 固有値問題テスト, 特異値, 2次形式
- 第15回 総合テストとその解説

「微分積分学演習」では、データサイエンス分野で必要となる確率分布、極値問題、最適化問題、モデリング等を意識している。手書き計算が基本だが、同時に数式ソフト Maple を多活用し、特にグラフの視覚体験を積み重ねさせている。

線形代数演習では、先ず掃出法を繰り返し練習させ、連立一次方程式解法、逆行列、固有ベクトルの導出に結びつけている。基本的にはデータをベクトルと見るスタンスをとり、内積・ノルム (→共分散, 分散, 相関係数)、固有値問題 (→主成分分析)、対称行列対角化 (→相関行列)、GS 正規直交化 (→主成分ベクトル) 等の題材を扱う意味の理解を促した。

両演習とも、受講生の演習時に解法方針、計算方法、何を行うべきかを明示し、数多くの演習問題により解法体験を積み重ねさせた。また、解法の失敗例をも示すようにした。

4. 学生の数学状況

2023 年度前期の担当科目「統計学実習 I」の受講生に対して、高校時代に数学をどこまで学んだか問うたところ、有効回答 86 名中、数 I までが 15 名 (17%)、数 II までが 33 名 (38%)、数 III までが 38 名 (44%) であった。数 III までが意外と多いが、同実習科目は 6 クラスあり、そこにはスポ

ーツ系だけのクラスも含まれる。筆者の担当する 3 クラスにはスポーツ系クラスは含まれない。

2021-22 年度担当の「微分積分学演習」各 1 クラスの授業で高校時代に数 III を学んだか否かを調べた。その結果と同科目総合テスト成績が次表である。

	2021年			2022年		
	人数	平均	SD	人数	平均	SD
未数III	14 52%	40.6	13.5	18 45%	42.0	22.8
数III	13 48%	54.2	18.9	22 55%	64.5	23.3
計	27	47.2	17.6	40	54.4	25.5

統計的検定でなく授業の実態から判断して、テスト成績への数 III 学習有無の影響は否めない。2022 年度の数 III 組の平均得点が 64.5 と高いが、クラスの過半数が数 III を学んでいるため、授業の雰囲気は 2021 年度と若干異なり、授業への積極的な取り組みが行き渡っているよう感じられた。

授業では毎回リアクションペーパーを提出させ、次回の授業に反映するようにしている。初回の授業では「数学は苦手・嫌い」との反応が少なくなく、所謂“数学的不安”の傾向も散見された。つまり、努力を怠るからできないのではなく、数学を前にすると緊張し不安を覚え思考停止になるのである。こうした学生状況を含めて授業を形作る必要がある。

なお、学部では数学学修へのサポートとして、リメディアル教育 (マイステップゼミ数学)、数学補習授業、入学前教育 (数学の復習) を設けている。特に補習授業については、公立高校を退職なされた数学教諭 2 名の先生に各 2 クラス担当いただいている。

5. 授業方針

授業では前半にその回の要点を整理説明し、後半に演習問題を解かせている。手書きで解法させ、分からぬところは人に聞きながらでも、とにかく前へ進ませる。演習問題量はなるべく多くしているが、全てを解けとのノルムは課していない。自分のペースでできるところまでチャレンジせよ、と発破を掛けている。受講生の中には数 III まで学び、スラスラ解く者もいるが、最初の第 1 問目から進まぬ者もいる。数学によく見られる、出来・不出

来の2グループ化の状態である。SA（スチューデントアシスタント）と共に各受講生の進捗を見回り、必要ならば介入し一緒に考えたり指示したりする。受講生には答えが合っているかよりも、常に手を動かし続けることを指導している。手が止まったならば質問するように呼び掛けている。

指導の典型例を述べる（実話）。曲面 $z = f(x, y)$ 上の点 (1,2) における接平面を求める演習において、鉛筆も動かさず雑談している受講生グループが居る。近づいて問うたところ、どうしていいのか分からないという。接平面の公式は明示してあるのだが、眺める以上のことができないようだ。そこで、先ず偏微分するよう指示。ああだのこうだのと話し合いながら、時折筆者が介入しながら何とか偏微分係数を算出。次に接平面の公式に当てはめさせ、式をなんとか整理させた。これが接平面の式か、と腑に落ちたような様子である。続けて Maple でグラフを描かせ、 $z = f(x, y)$ の曲面がこれ、君達の求めた接平面がこれ、と説明するや、へえーと声をあげ、感慨深げに3次元グラフを動かし眺めていた。自分達が取組んだ曲面、偏微分、接平面には、その理解が不十分であっても体験あればこそその親しみが芽生える。それが3次元グラフで示されたのだから感慨一入であろう。

要は手を動かしながら数学を体験し、自分の中にその体験を記録させること。いつか蓄積された体験の点と点とが結びつき、より高みからの理解に飛躍することを期待している。ただ、ここでいう“高み”は数学世界におけるそれとは限ってない。そもそもデータサイエンスの基礎科目として数学を学んでいるのであるから、むしろ、データサイエンス世界における“高み”こそ相応しいであろう。

こうした期待を踏まえ、演習授業の方針を掲げておく。

演習授業における基本方針

- ・ 手書でノートに解かせる。
- ・ 受講生の解く様子を見、必要ならば介入する。
- ・ 思考停止を防ぐため、手の止まっている受講生には、どの計算から行うべきかを指示。
- ・ 分数計算や式変形ができない等々は「こうしろ」

と指示。決して「小中高の教科書を復習しろ」などとは言わない。その問題を解く中で学習させる。

6. 受講者の声

授業改善アンケートにおける自由回答を漏れなく載せる。

- ・ 練習問題を多く出してくれるのがよい。
- ・ 先生の解説も、教え方もとても分かりやすい。
- ・ 数学は昔からできなかった。先生に教えてもらって解けたときはうれしかった。
- ・ 先生の説明も丁寧であったが SA さんがさらに丁寧に教えてくれてわかりやすかった。
- ・ 毎回の授業で課題が課されるが、分量も適切で良い復習になる。
- ・ 授業では問題演習を中心に行うため、ひたすらに問題を解くことが楽しい。
- ・ そこまで難しすぎない練習問題が主なので、ある程度は取り掛かりやすい。
- ・ 問題の程度も内容も簡単すぎない、もっと上に行けるような問題で、数学の知識・解き方を理解したい私にとっては問題のレベルがちょうどよく、ありがたかった。
- ・ 一緒に前で解いてほしい時もあった。途中式も省略しないで説明してもらえるとありがたい。
- ・ 高校の時に数Ⅲを習っているひとにとっては退屈な時間が多かった。課題を授業中にできるようにしてほしい。

学生の声への教員コメント

「数学が不得意でも…」とのことで本学部を選んだ者も少なくないと思われるが、「不得意なままでもよい」という訳ではない。データサイエンスの基礎科目として数学は重要である。もっと積極的に、補習授業、リメディアル教育、c-Learning 教材を活用していただきたい。

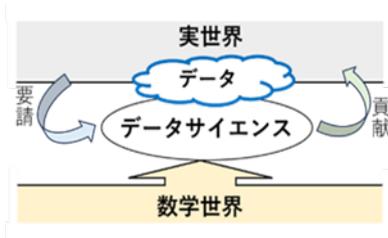
受講生とのコミュニケーションが比較的取れているので、肯定的な回答が多いが、それをもって授業方針が成功しているとは言えない。授業改善アンケートは、一つの教場空間に取り込まれた

者達からの発言のため、客観的とは言い難い。その授業における振り返りと位置付ける。

ある程度数学を身近にできたとは言え、最後の声のように、授業に不満を持つ層がいることはしかと受け止めねばならない。むしろ、このような学生は勿体ない。より高度な内容を教授すれば更に伸びるであろう学生は、新学部にとって貴重な存在である。数学の能力別クラスが求められる。

7. データサイエンスと数学

データサイエンスは、現実世界からの要請を受け、あるいは先取的な研究により、データに基づく成果を生み出し現実世界に貢献する。一方、数学世界は、17世紀までは数学概念の根拠を現実世界に求めていたが、数式、微積分という新たな方法の出現が18世紀の数学に多くの研究成果をもたらした。それと同時に概念の曖昧さが問題となった。19世紀以降、直観を排した厳密な定義と論理展開の機運が高まり、数学世界内部での整合性のみならず概念と証明の根拠を求めようになる。そして、数学は独自の抽象世界を持つに至る。数学は抽象世界、データサイエンスは現実世界。スタンスの全く異なる2つの学問であるが、数学とのこうした関係は、統計学、物理学などでも見られる。これらの学問は、その領域における数学の役割がほぼ定まっている。立正大学データサイエンス学部ではデータサイエンスが適用されるいくつかの領域の学びにも力を入れている。そうした領域内での数学の役割を授業において明確にすることは、数学の学びを更に活性化させるためにも必要であろう。



19世紀以降、直観を排した厳密な定義と論理展開の機運が高まり、数学世界内部での整合性のみならず概念と証明の根拠を求めようになる。そして、数学は独自の抽象世界を持つに至る。数学は抽象世界、データサイエンスは現実世界。スタンスの全く異なる2つの学問であるが、数学とのこうした関係は、統計学、物理学などでも見られる。これらの学問は、その領域における数学の役割がほぼ定まっている。立正大学データサイエンス学部ではデータサイエンスが適用されるいくつかの領域の学びにも力を入れている。そうした領域内での数学の役割を授業において明確にすることは、数学の学びを更に活性化させるためにも必要であろう。

8. おわりに

最後に学生についての所感を述べる。入試における数学の記述答案を何十年か見てきて思うのは、証明ができなくなったことである。証明の文章が書けてない。書けても式を羅列するだけで、こちらが言葉を補わなければ読めない。単に問題が分

からないとか、文章が不得意とかではなく、論証力が衰えているのではと危惧する。演習授業で証明問題を扱った後のリアクションペーパーでは、

「証明問題は不得意」「頭では分かっていても、どのように書けばいいのか分からない」というような反応が少なくなかった。数学の証明では、教科書などに出てくる様々な証明問題を読み解く訓練が必要である。そこで、論証とその流れ、特有の文言の使い方などを身に付けるのである。しかしながら、そもそも読解力が低下しているのかも知れない。

このことは、東大合格を目指すAIロボットの開発に携わった国立情報学研究所の新井紀子教授も言っておられた。問題文を文意でなく文字列として扱うAIロボットよりも国語成績の悪い受験生が50%近くいる。これをきっかけに読解力向上のための「リーディングスキルテスト」を始めたとのことである。

数学に限るならば、手元のノートと鉛筆で黙々と書きながら考え、解決に至ったならば、それを清書し、誤りがないか確認する。こうした作業の繰り返しは論証力と共に読解力の向上を促すであろう。今後の演習授業にも取り入れて行きたい。

参考文献

- [1] 新井紀子『AI vs. 教科書が読めない子どもたち』東洋経済新報社, 2018
- [2] ブルバキ『数学史』東京書籍, 1984
- [3] S・ドゥアンヌ『脳はこうして学ぶ』森北出版, 2021
- [4] 森田真生『数学する身体』新潮社, 2015
- [5] M・トロウ『高学歴社会の大学』東京大学出版会, 1976
- [6] 文部科学省, 令和2年10月22日答申「令和3年度開設予定学部等一覧」
https://www.mext.go.jp/content/20201022-mxt_koutou02-000010607_2.pdf
(20230617閲覧)
- [7] 立正大学, 「自己点検・評価報告書」
https://www.ris.ac.jp/introduction/inspection_evaluation/detailed_rules.html
(20230617閲覧)